

Giovedì 10 maggio 2007

ESERCITAZIONE DI LABORATORIO N. 2: VALUTAZIONE SPETTRALE DI SEGNALE

GRUPPO N. 1

COGNOME	NOME	FIRMA
Facondini	Angelo	
Urbini	Andrea	
Venturini	Francesco	

**Esercizio 1: Segnali ad energia finita**

Codice inserito nel file *segnale.m*:

```
function x = segnale(t,tau)
    x = 2.*(2/pi).^(0.25).*tau.^(-1.5).*t.*exp(-(t/tau).^2);
```

Risultato ottenuto con parametri:

- $\tau = 1\text{e-}3\text{s}$ ;
- $T = 5\text{e-}3\text{s}$ ;
- $N = 2048$ ;
- $F_{\text{max}} = 3000\text{Hz}$ .

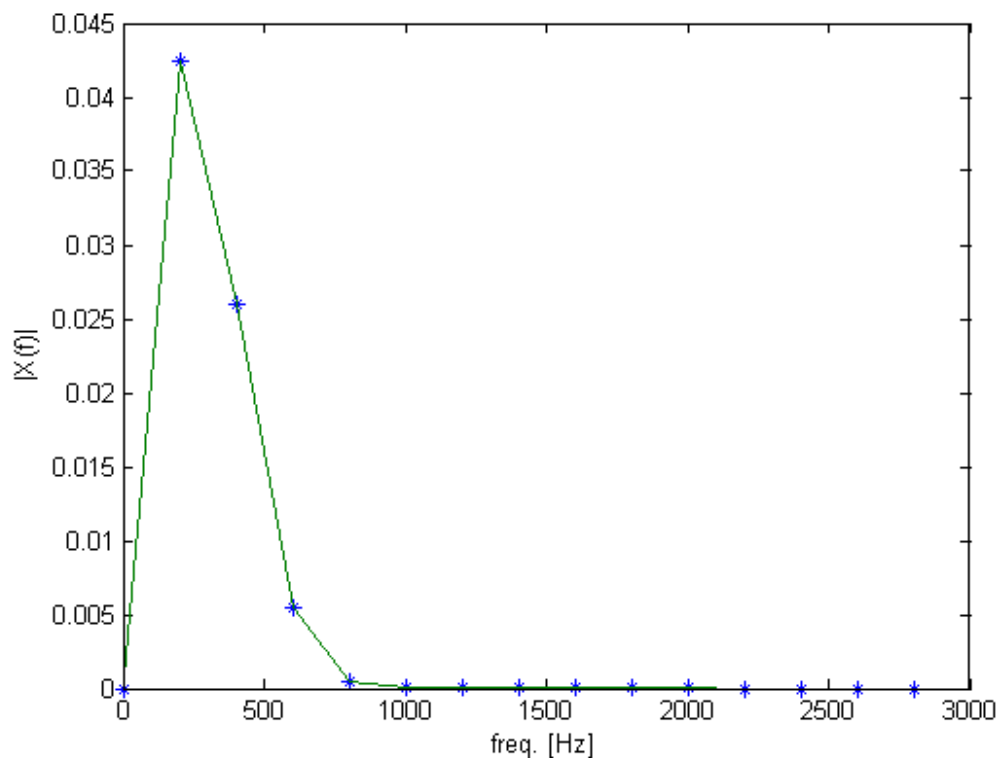


Figura 1

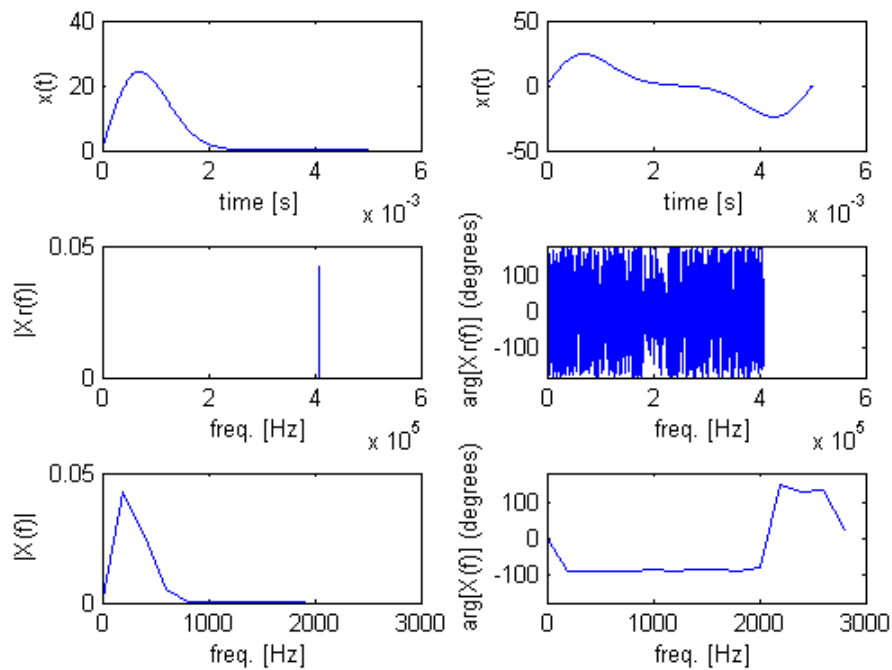


Figura 2

Lo spettro calcolato tramite la procedura contenuta nel file spettro.m coincide con lo spettro teorico implementato da questa riga di codice del file *spettro.m*:

```
freq=[0:df:(N-1)*df];
Xteo = j.*(2.*pi).^(5/4).*tau.^(1.5).*freq.*exp(-(pi.*freq.*tau).^2);
```

Nelle figure si può notare la mancanza dell'aliasing temporale poiché il periodo di ripetizione di  $x_r(t)$  è maggiore della durata dell'impulso  $x(t)$ . Inoltre non è presente nemmeno l'aliasing in frequenza perché anche il periodo di ripetizione di  $X_r(f)$  è sufficientemente maggiore della larghezza dello spettro di  $X(f)$ . Questo risultato è stato ottenuto grazie al sovracampionamento in frequenza.

Diminuendo  $T$  si incontra l'aliasing temporale (vedi figura 3) mentre aumentando notevolmente  $T$ , mantenendo  $N$  costante, si riduce la frequenza di ripetizione introducendo di conseguenza aliasing in frequenza.

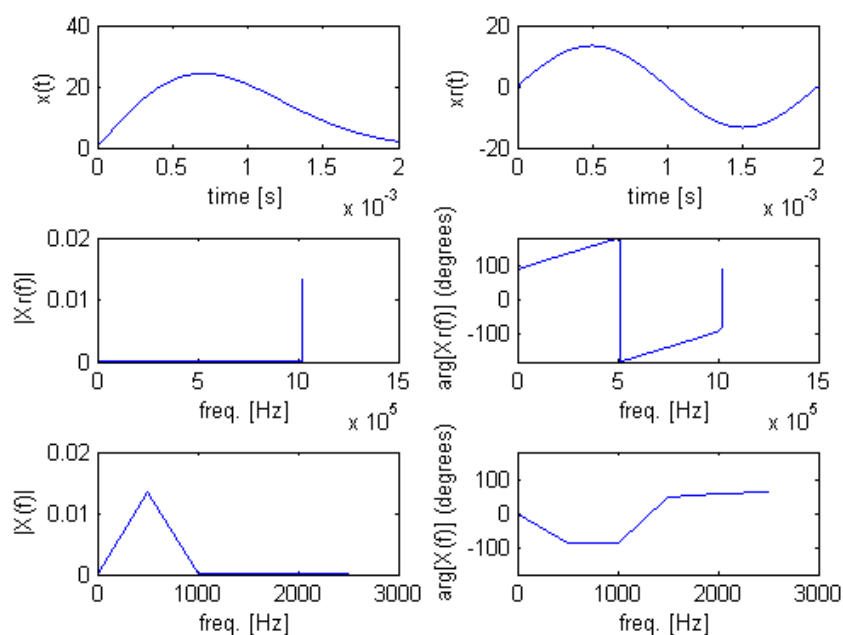


Figura 3

## Esercizio 2: Segnali a potenza finita

### Esercizio 2.A: Sinusoide immersa nel rumore AWGN

Codice inserito nel file *esercizio2a.m*:

```
% Generazione di una sinusoide
clear x;
A=1;
fo=1000;
fs=6000;
sigma2=0.5;
lun=50000;

for i=1:lun
x(i)=A*cos(2*pi*fo*i/fs)+randn*sqrt(sigma2);
end

% Disegno i primi K campioni della sinusoide
K = 1000;
xt = x(1:K);
Tc = 1/fs;
plot([0:Tc:(K-1)*Tc],xt); title('Sinusoide + AWGN'); xlabel('t[s]');
```

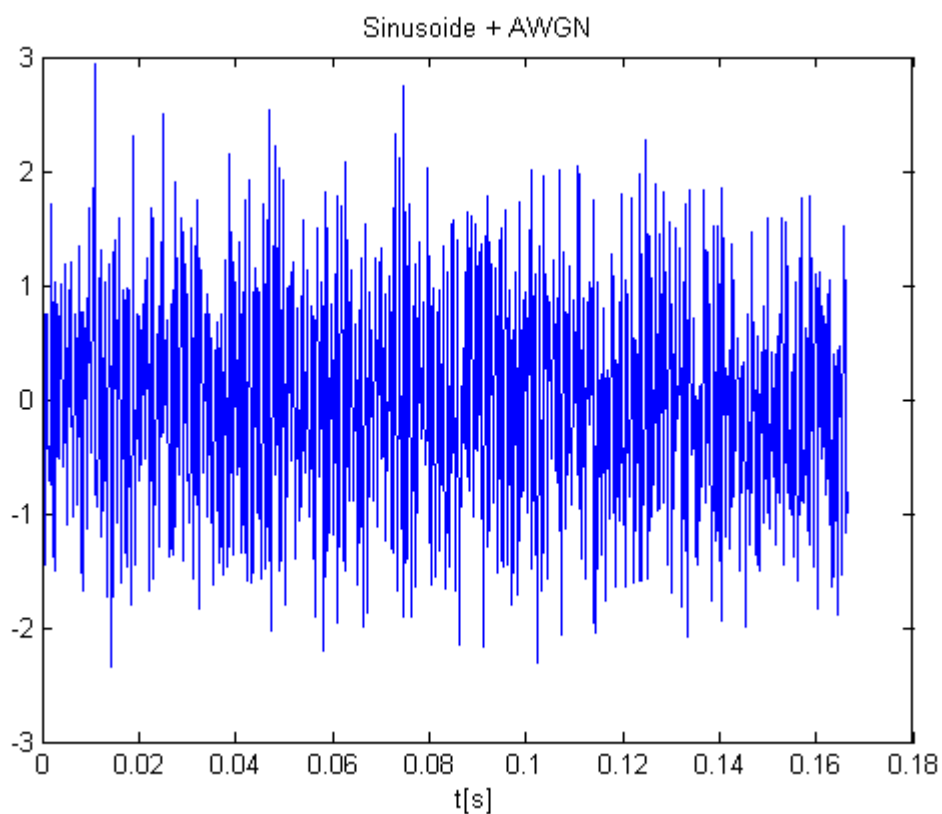


Figura 4: grafico di  $x(t)$  per i primi 1000 campioni.

## Esercizio 2.B: Sinusoide immersa nel rumore AWGN

Per calcolare lo spettro di potenza con il metodo del periodogramma è stato utilizzato il seguente codice inserito nel file *esercizio2a.m*:

```
%Periodogramma 128
N = 128;
I = (abs(fft(x(1:N))).^2)./(N*fs);
f = [0:fs/N:(N-1)*fs/N];
figure; plot(f,I); title('Periodogramma con 128 punti'); xlabel('f[Hz]');

%Periodogramma 1024
N = 1024;
I = (abs(fft(x(1:N))).^2)./(N*fs);
f = [0:fs/N:(N-1)*fs/N];
figure; plot(f,I); title('Periodogramma con 1024 punti'); xlabel('f[Hz]');

%Periodogramma 2^14
N = 2^14;
I = (abs(fft(x(1:N))).^2)./(N*fs);
f = [0:fs/N:(N-1)*fs/N];
figure; plot(f,I); title('Periodogramma con 2^{14} punti'); xlabel('f[Hz]');
```

Ecco i risultati ottenuti:

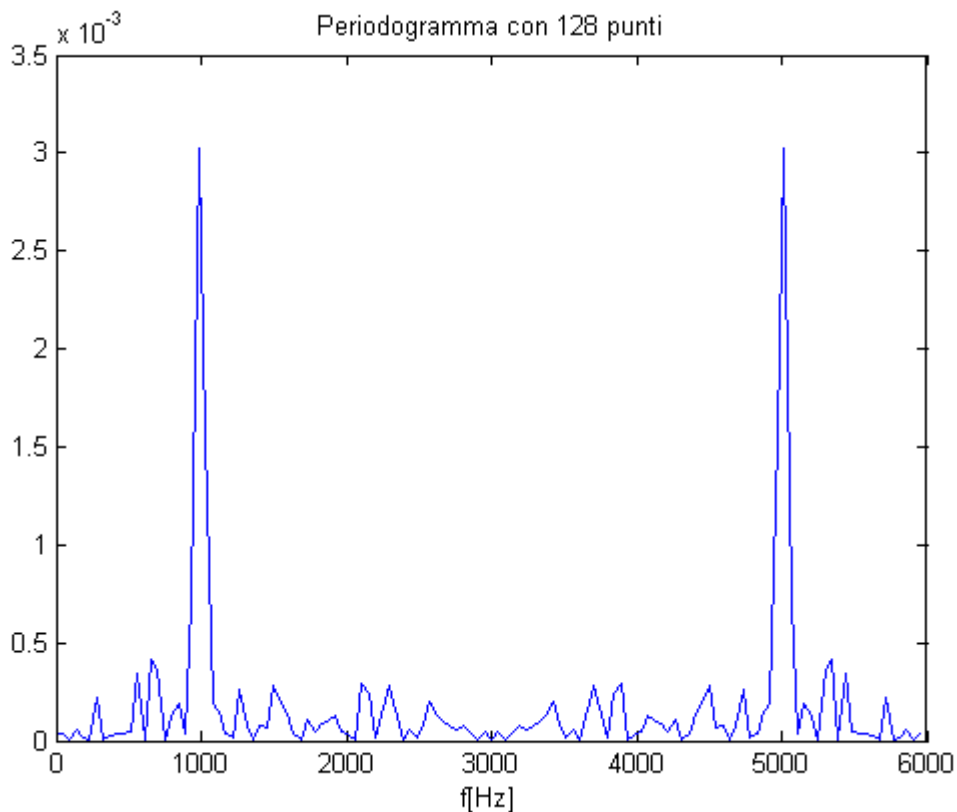
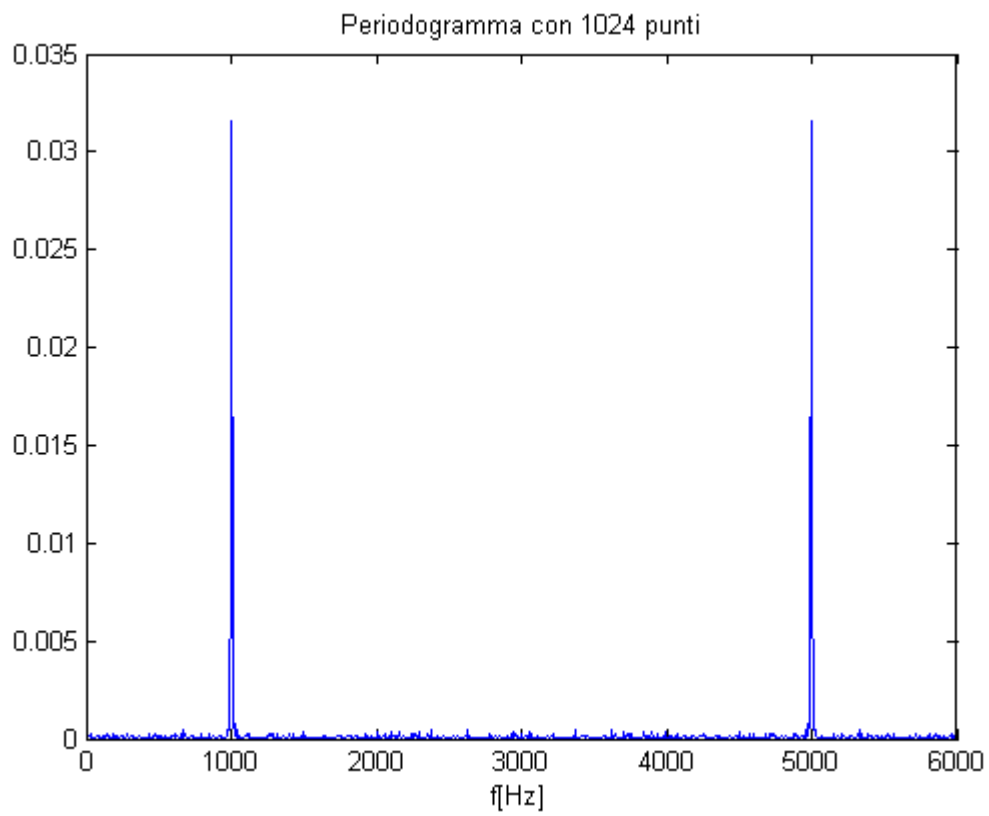
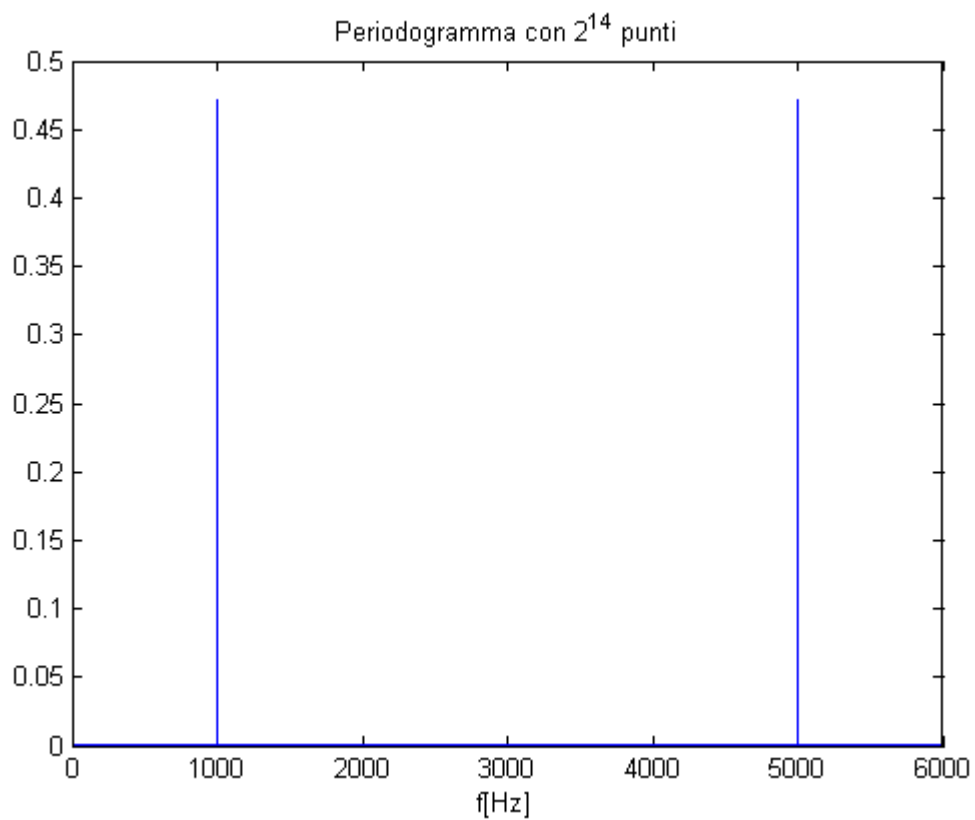


Figura 5: Spettro di potenza con  $N=128$



*Figura 6: Spettro di potenza con  $N=1024$*



*Figura 7: Spettro di potenza con  $N=2^{14}$*

## Esercizio 2.C: Sinusoide raddrizzata ad una semionda immersa nel rumore AWGN

Il codice utilizzato è il seguente (file *esercizio2c.m*):

```
% Generazione di una sinusoide raddrizzata ad una semionda
clear x;
A=1;
fo=1000;
fs=6000;
sigma2=0.5;
lun=50000;

for i=1:lun
    y(i)=A*cos(2*pi*fo*i/fs);
    if y(i)<0
        x(i)=y(i)+randn*sqrt(sigma2);
    else
        x(i)=randn*sqrt(sigma2);
    end
end

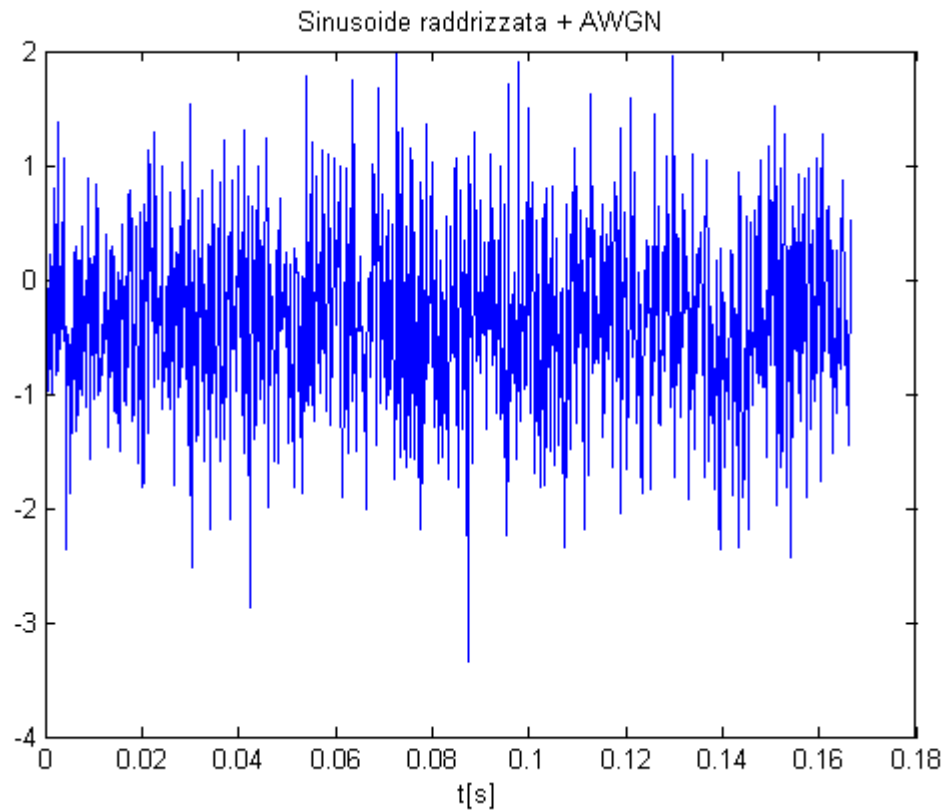
% Disegno i primi K campioni della sinusoide raddrizzata
K = 1000;
xt = x(1:K);
Tc = 1/fs;
plot([0:Tc:(K-1)*Tc],xt); title('Sinusoide raddrizzata + AWGN'); xlabel('t[s]');

%Periodogramma 128
N = 128;
I = (abs(fft(x(1:N))).^2)./(N*fs);
f = [0:fs/N:(N-1)*fs/N];
figure; plot(f,I); title('Periodogramma con 128 punti'); xlabel('f[Hz]');

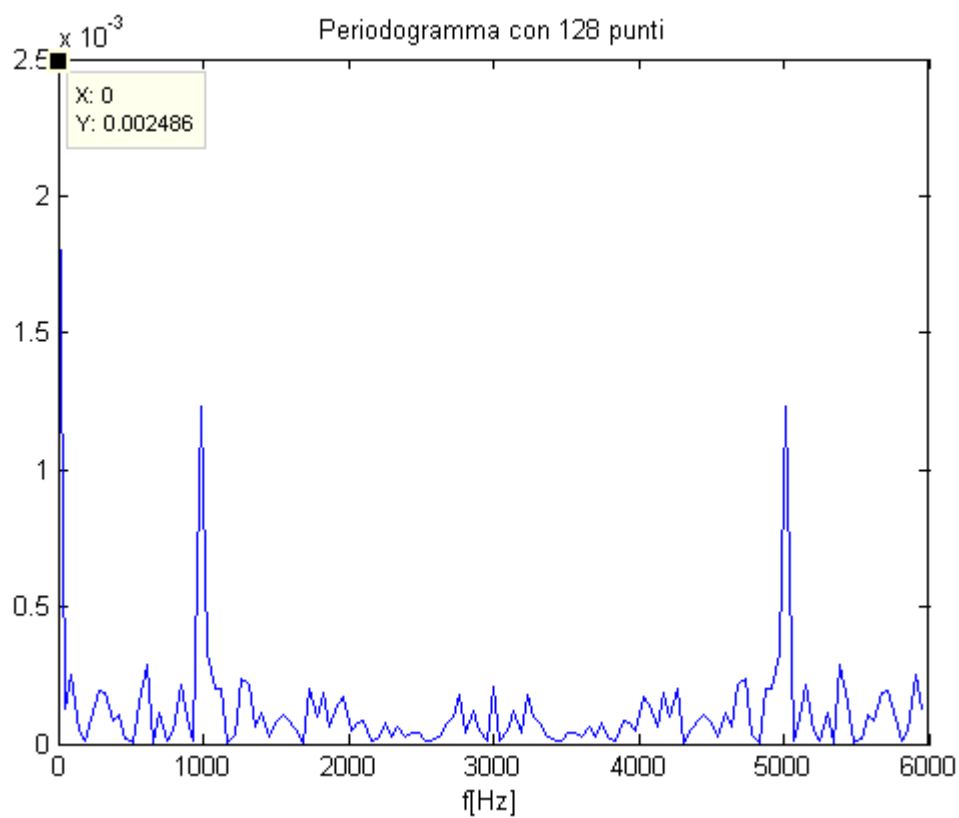
%Periodogramma 1024
N = 1024;
I = (abs(fft(x(1:N))).^2)./(N*fs);
f = [0:fs/N:(N-1)*fs/N];
figure; plot(f,I); title('Periodogramma con 1024 punti'); xlabel('f[Hz]');

%Periodogramma 2^14
N = 2^14;
I = (abs(fft(x(1:N))).^2)./(N*fs);
f = [0:fs/N:(N-1)*fs/N];
figure; plot(f,I); title('Periodogramma con 2^{14} punti'); xlabel('f[Hz]');
```

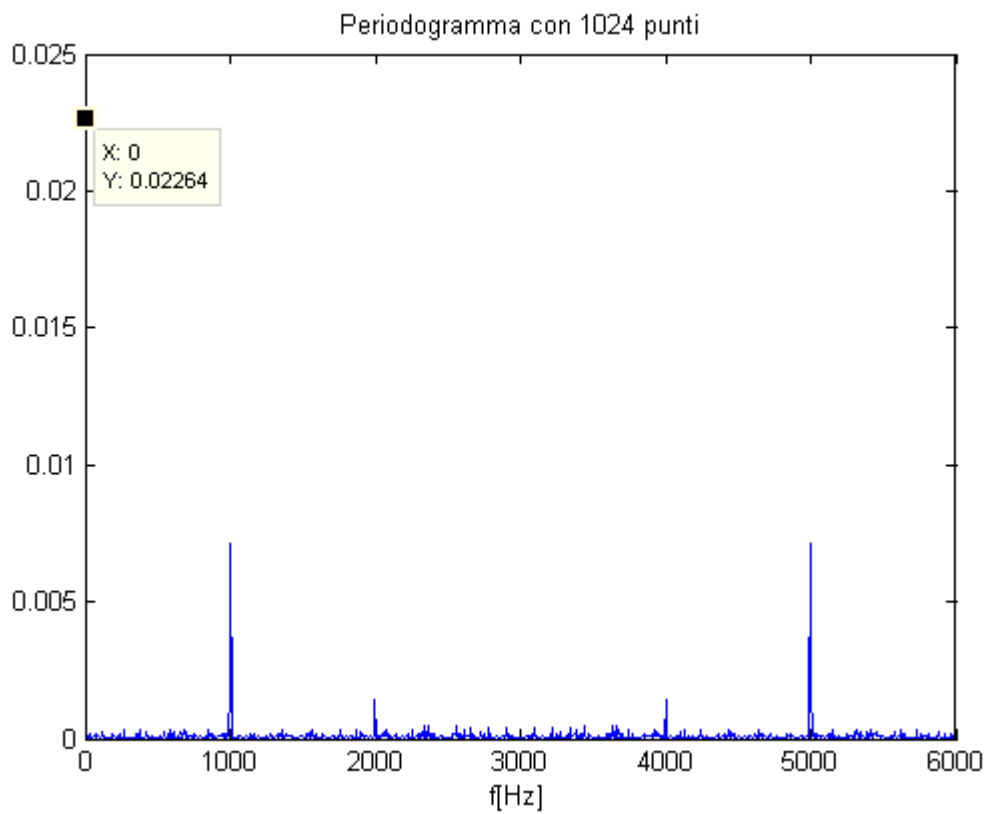
Ecco i risultati ottenuti:



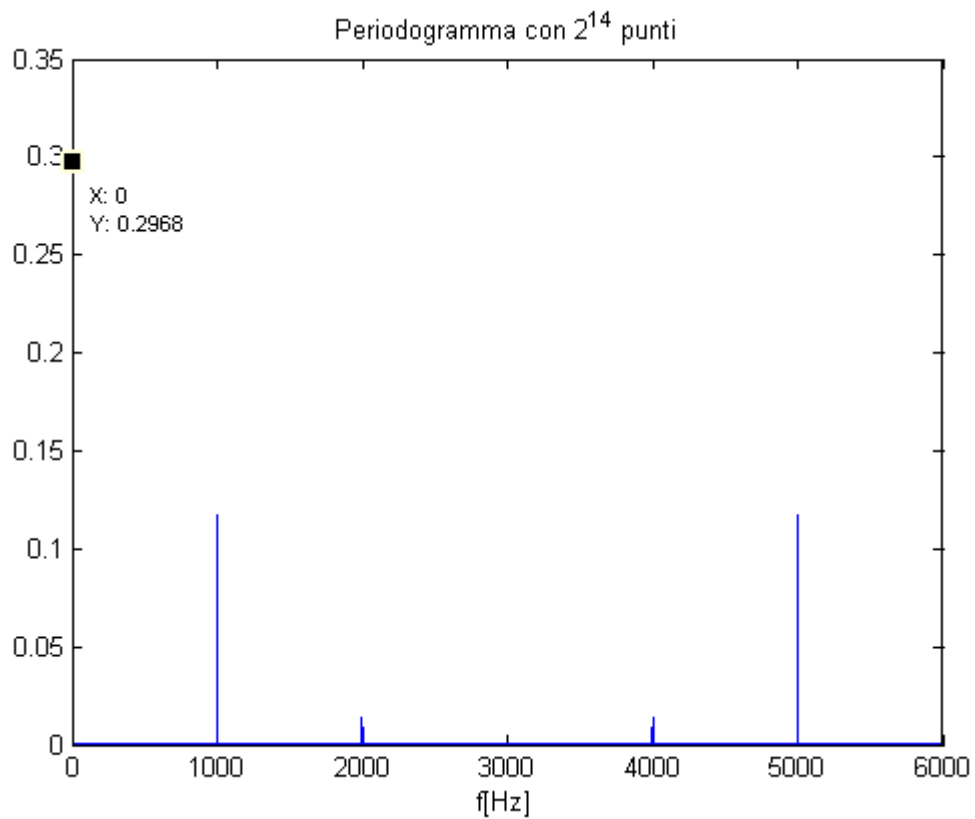
*Figura 8 : andamento temporale della sinusoide raddrizzata ad una semionda (primi 1000 campioni)*



*Figura 9: spettro di potenza con  $N=128$*



*Figura 10: spettro di potenza con  $N=1024$*



*Figura 11: spettro di potenza con  $N=2^{14}$*

## Esercizio 2.D: Segnale PAM

Il codice utilizzato è il seguente (file *pam.m*):

```
% Generazione segnale PAM
clear all;
fs=16000;
rs=200; % symbol rate = simboli al secondo
nbit=10000; % lunghezza in bit del segnale

sc=fs/rs; % fattore di sovracampionamento = campioni per simbolo

for i=1:sc y(i)=1; end
x=y;
for j=1:nbit
    y=y*sign(rand-0.5);
    x=[x y];
end

% Disegno i primi K campioni del PAM
K = 1000;
xt = x(1:K);
Tc = 1/fs;
plot([0:Tc:(K-1)*Tc],xt); title('PAM'); xlabel('t[s]');

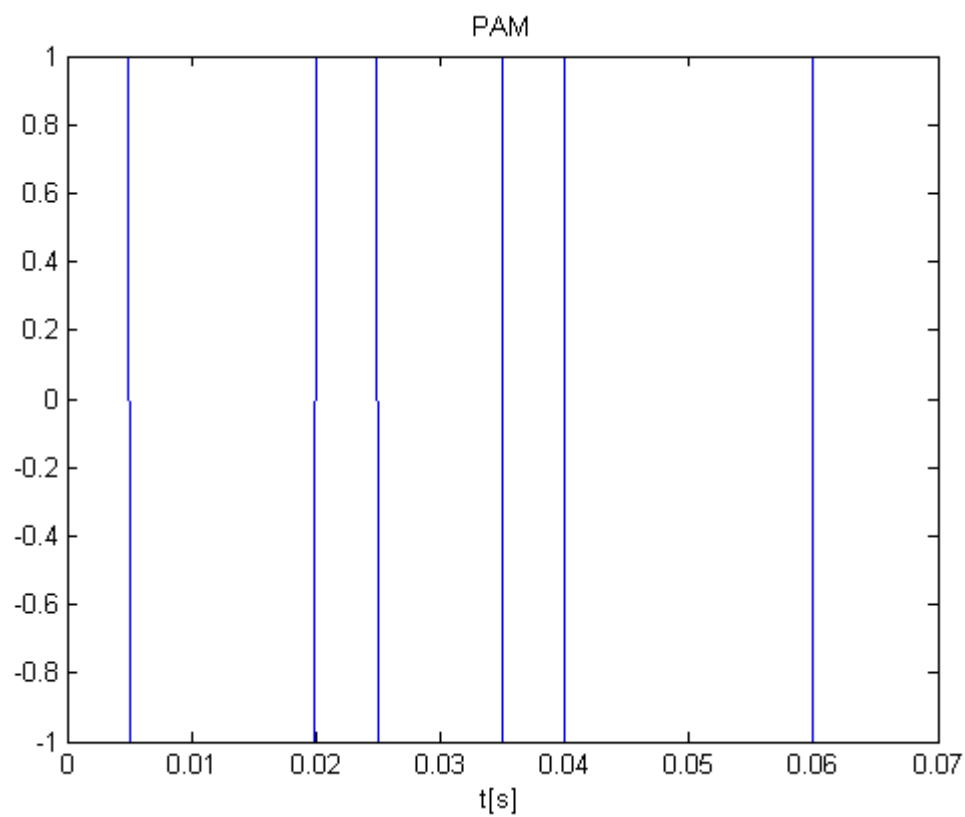
%Periodogramma 1024
N = 1024;
I = (abs(fft(x(1:N))).^2)./(N*fs);
f = [0:fs/N:(N-1)*fs/N];
figure; plot(f,I); title('Periodogramma con 1024 punti'); xlabel('f[Hz]');

%Confronto con lo spettro teorico
Steo=(1/rs).*((sinc(f./rs)).^2);
figure; plot(f,Steo,'red',f,I,'blue'); title('Confronto con lo spettro di potenza teorico'); xlabel('f[Hz]');

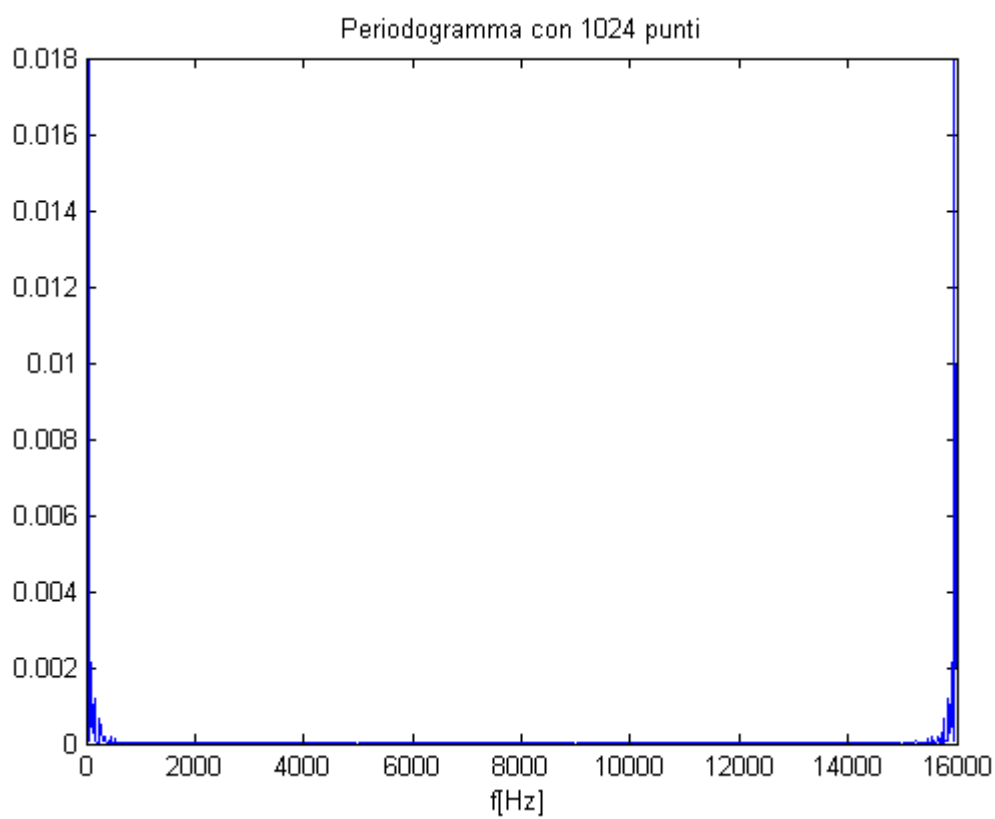
%Periodogramma 2^14
N = 2^14;
I = (abs(fft(x(1:N))).^2)./(N*fs);
f = [0:fs/N:(N-1)*fs/N];
figure; plot(f,I); title('Periodogramma con 2^{14} punti'); xlabel('f[Hz]');

%Confronto con lo spettro teorico
Steo=(1/rs).*((sinc(f./rs)).^2);
figure; plot(f,Steo,'red',f,I,'blue'); title('Confronto con lo spettro di potenza teorico'); xlabel('f[Hz]');
```

Ecco i risultati:



*Figura 12: grafico di  $x(t)$  per i primi 1000 campioni.*



*Figura 13: spettro di potenza con  $N=1024$*

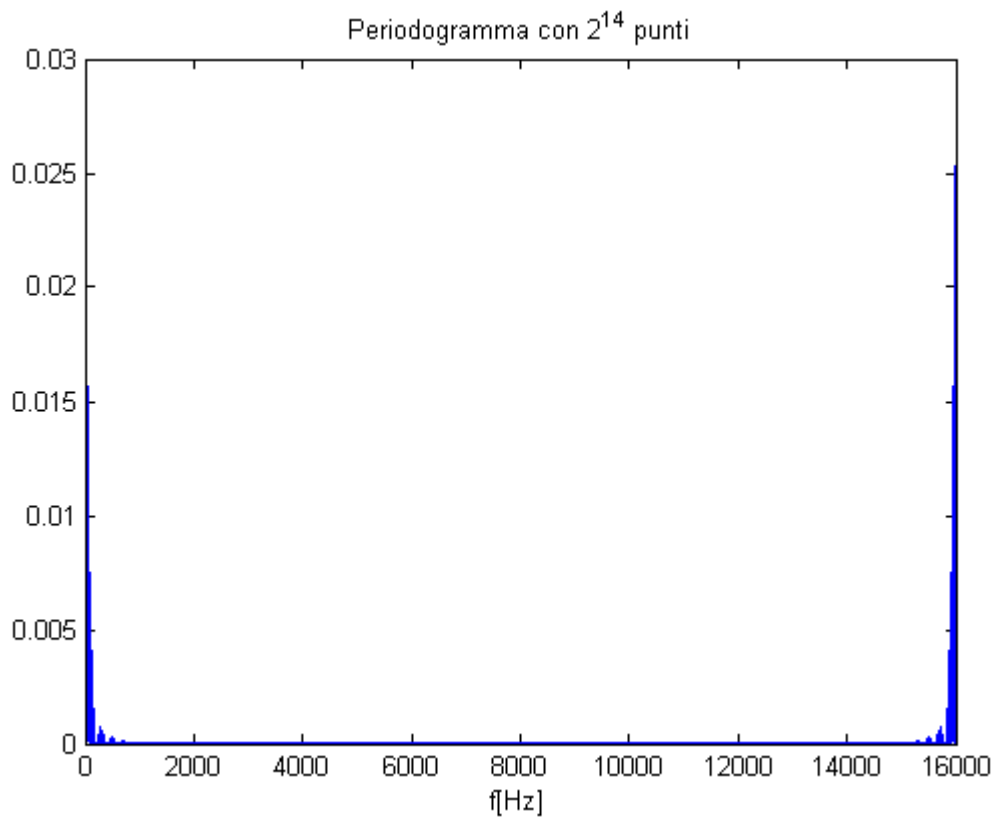


Figura 14: spettro di potenza con  $N=2^{14}$

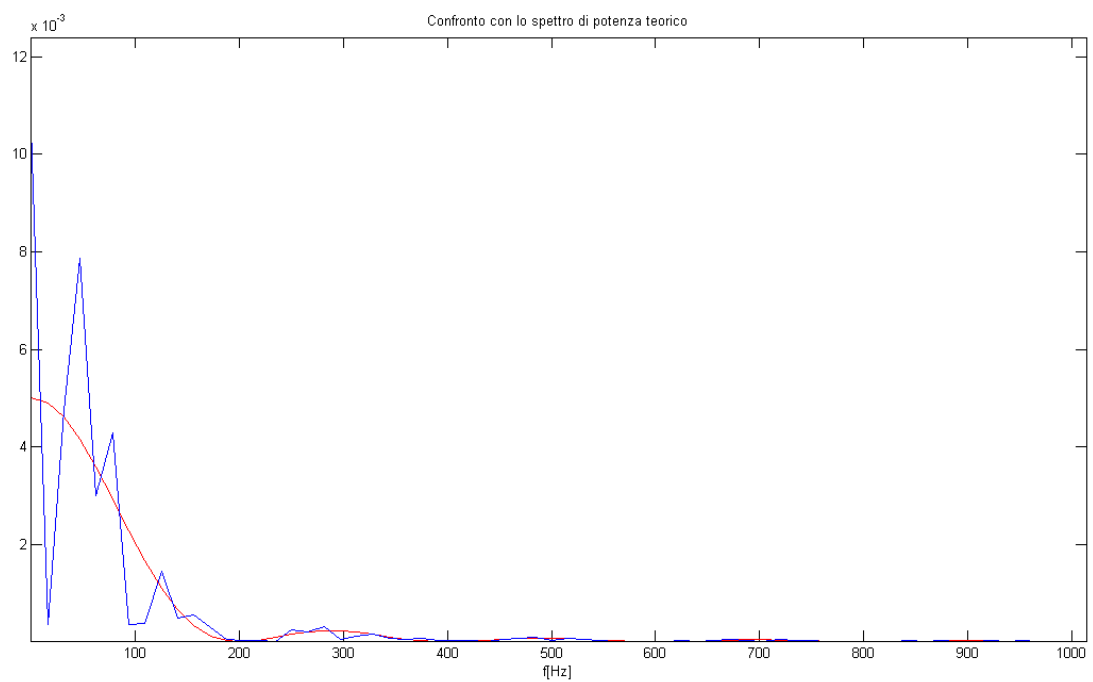
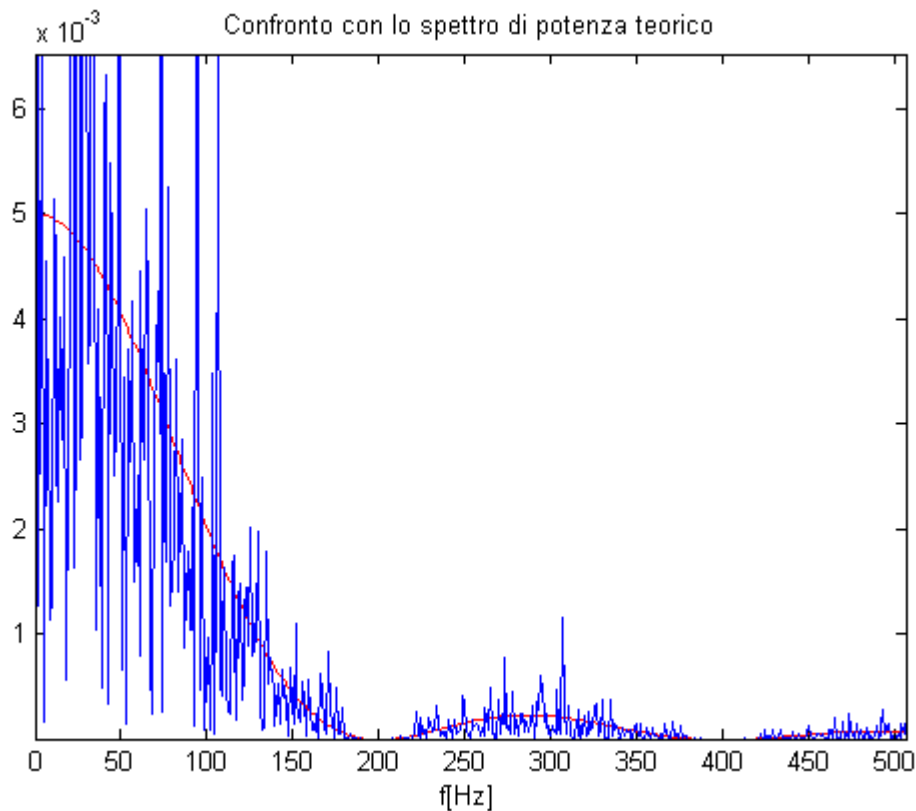


Figura 15: Confronto fra lo spettro di potenza teorico del segnale PAM con lo spettro calcolato tramite il metodo del periodogramma con  $N = 1024$ .



*Figura 16: Confronto fra lo spettro di potenza teorico del segnale PAM con lo spettro calcolato tramite il metodo del periodogramma con  $N = 2^{14}$ .*

Come si può notare dalla figure 15 e 16, anche aumentando notevolmente il numero  $N$  di campioni che si considerano per il calcolo della DFT all'interno del procedimento per la determinazione del periodogramma, la stima dello spettro teorico non migliora. Osservando attentamente è possibile notare come l'incremento dei campioni della DFT provochi una dispersione maggiore dei punti del periodogramma. Per questo motivo si usa calcolare lo spettro di potenza di un segnale facendo la media di più periodogrammi calcolati in intervalli successivi. Il codice è il seguente (file *pam\_avg.m*):

```
%Periodogramma 2^16 con 1 blocco
N = 2^16;
I = (abs(fft(x(1:N))).^2)./(N*fs);
f = [0:fs/N:(N-1)*fs/N];
figure; plot(f,I); title('Periodogramma con 2^{16} punti'); xlabel('f[Hz]');

%Media dei periodogrammi 2^14 con 6 blocchi
N = 2^14;
L = 6;
I = zeros(1,N);
for i = 1:L
    xt = x((i-1)*N+1 : (i*N));
    I = I + ((abs(fft(xt)).^2)./(N*fs));
end
Iavg = I ./ L;

f = [0:fs/N:(N-1)*fs/N];
figure; plot(f,Iavg); title('Periodogramma con 2^{14} punti e L = 6');
xlabel('f[Hz]');
```

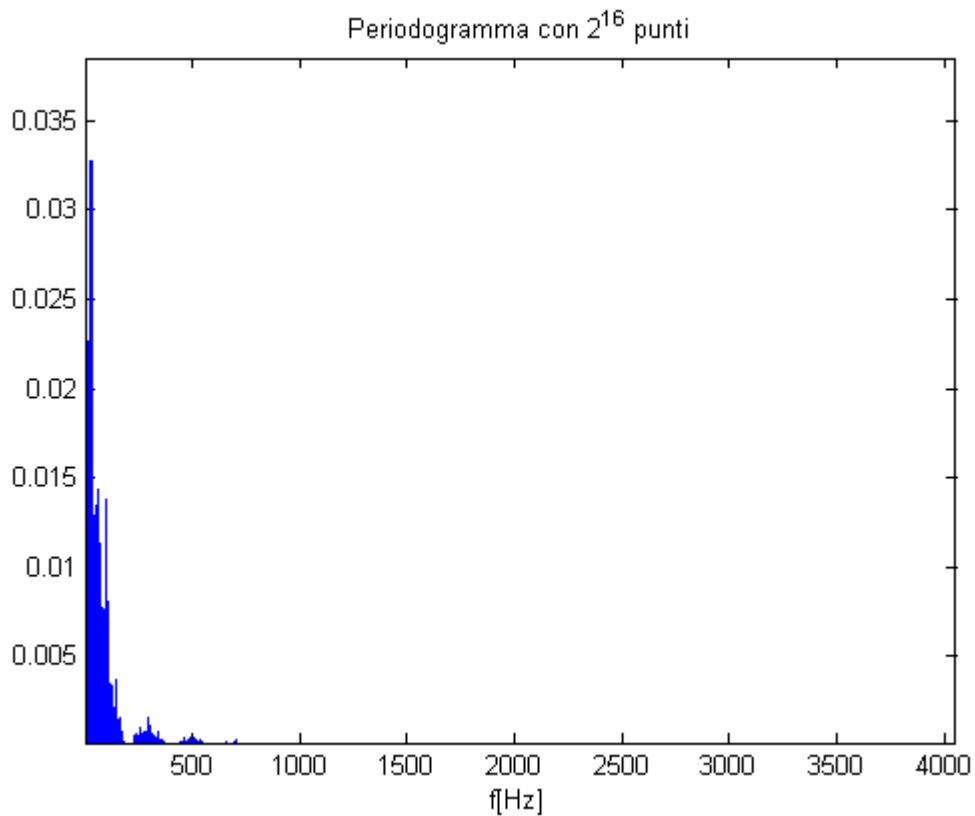
```

%Media dei periodogrammi 2^10 con 90 blocchi
N = 2^10;
L = 90;
I = zeros(1,N);
for i = 1:L
    xt = x(((i-1)*N)+1 : (i*N));
    I = I + ((abs(fft(xt)).^2)./(N*fs));
end
Iavg = I ./ L;

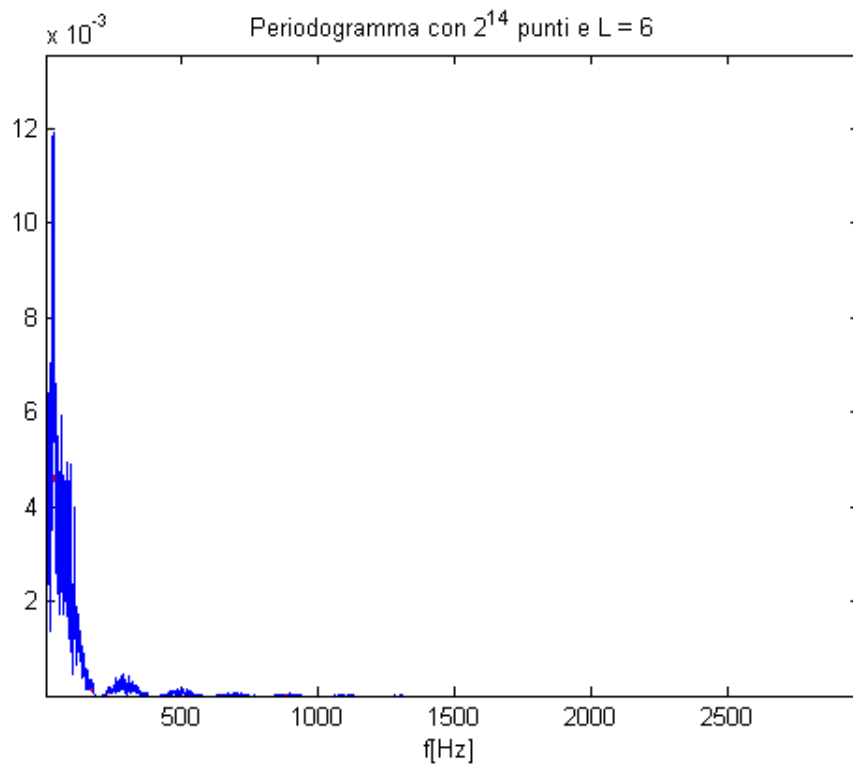
f = [0:fs/N:(N-1)*fs/N];
figure; plot(f,Iavg); title('Periodogramma con 2^{10} punti e L = 90');
xlabel('f[Hz]');

```

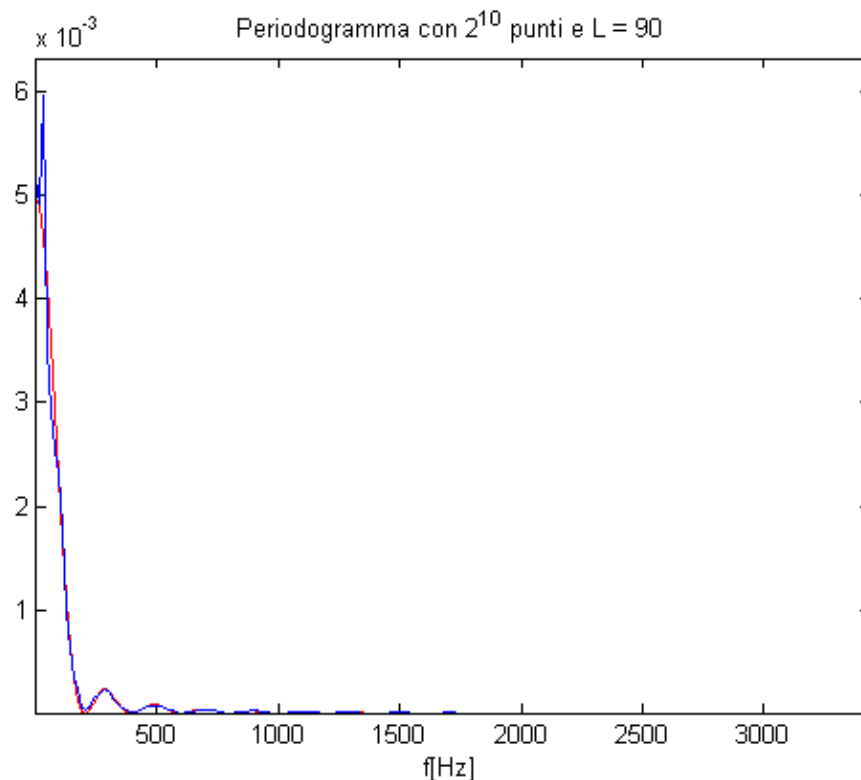
Ecco i risultati:



*Figura 17: Spettro di potenza calcolato tramite un solo periodogramma realizzato tramite una DFT di  $2^{16}$  campioni.*



*Figura 18: Spettro di potenza realizzato tramite la media di 6 periodogrammi calcolati tramite la DFT di  $2^{14}$  campioni.*



*Figura 19: Spettro di potenza realizzato tramite la media di 90 periodogrammi calcolati tramite la DFT di  $2^{10}$  campioni.*

Come si può facilmente intuire dalle ultime 3 immagini, la stima dello spettro migliora notevolmente aumentando il numero di periodogrammi considerati per stimare lo spettro. Si nota inoltre che è più importante aumentare il numero di periodogrammi utilizzati piuttosto che il numero campioni utilizzato per calcolare il singolo periodogramma.

### Esercizio 3: Segnali non stazionari

Il codice utilizzato, contenuto nel file *esercizio3.m*, è il seguente:

```
%carico il file
[x,fs,nbits,opts] = wavread('pianoforte.wav');

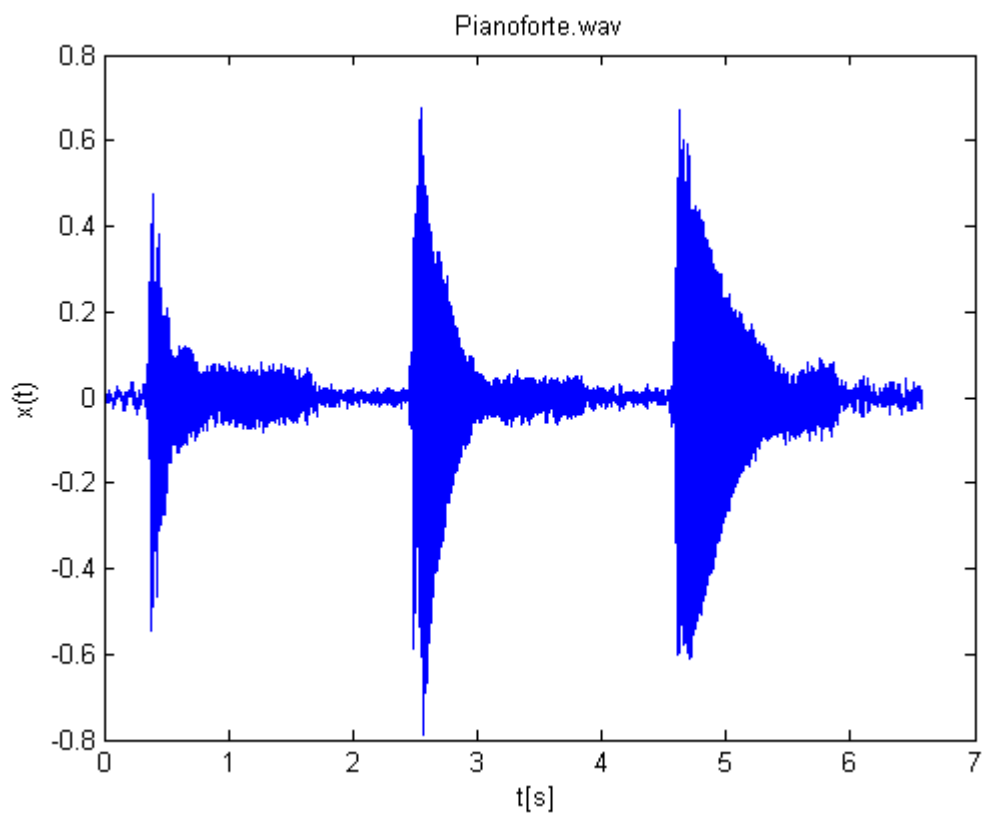
%calcolo l'intervallo temporale di campionamento
Tc = 1/fs;
%creo l'asse temporale
t = [0:Tc:Tc*(length(x)-1)];
%disegno il segnale
plot(t,x); title('Pianoforte.wav'); xlabel('t[s]'); ylabel('x(t)');

%ascolto il segnale
sound(x,fs,nbits);

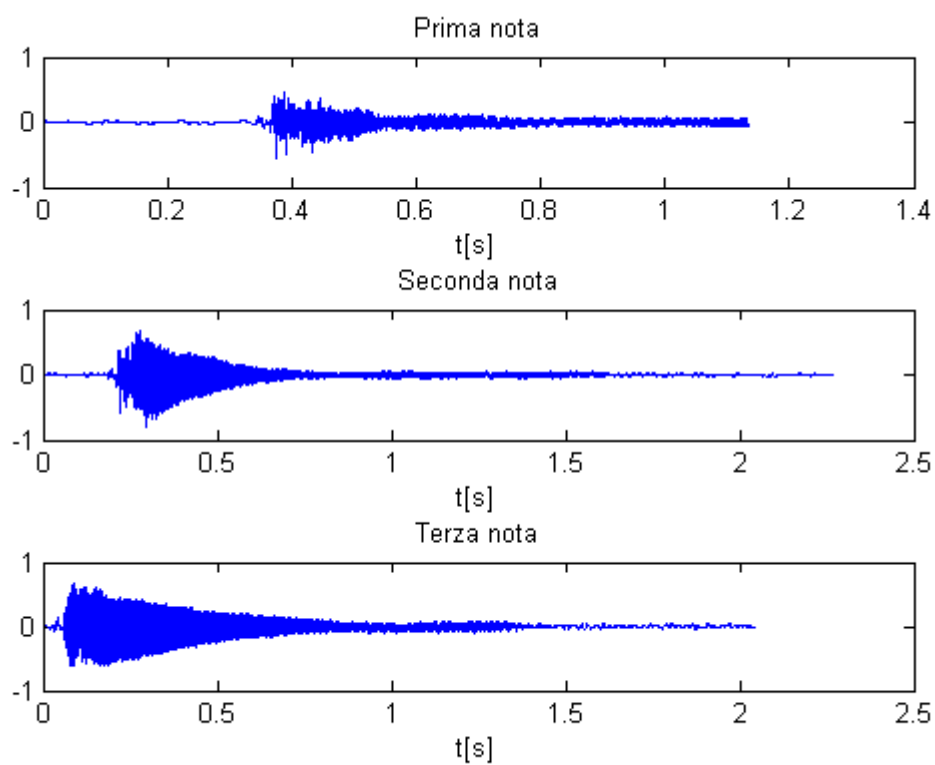
%estraggo le tre note e le grafico
x1 = x(1:50e3);
x2 = x(100e3:200e3);
x3 = x(200e3:290e3);
t1 = [0:Tc:Tc*(length(x1)-1)];
t2 = [0:Tc:Tc*(length(x2)-1)];
t3 = [0:Tc:Tc*(length(x3)-1)];
figure;
subplot(311); plot(t1,x1); title('Prima nota'); xlabel('t[s]');
subplot(312); plot(t2,x2); title('Seconda nota'); xlabel('t[s]');
subplot(313); plot(t3,x3); title('Terza nota'); xlabel('t[s]');

%grafico lo spettro delle 3 note
N = length(x1);
I = (abs(fft(x1)).^2)./(N*fs);
f = [0:fs/N:2000];
figure; subplot(311); plot(f,I(1:length(f))); title('Spettro della prima nota');
xlabel('f[Hz]');
N = length(x2);
I = (abs(fft(x2)).^2)./(N*fs);
f = [0:fs/N:2000];
subplot(312); plot(f,I(1:length(f))); title('Spettro della seconda nota');
xlabel('f[Hz]');
N = length(x3);
I = (abs(fft(x3)).^2)./(N*fs);
f = [0:fs/N:2000];
subplot(313); plot(f,I(1:length(f))); title('Spettro della terza nota');
xlabel('f[Hz]');
```

Ecco i risultati:



*Figura 20: Andamento nel tempo del segnale audio contenuto nel file pianoforte.wav*



*Figura 21: Andamento nel tempo delle tre note.*

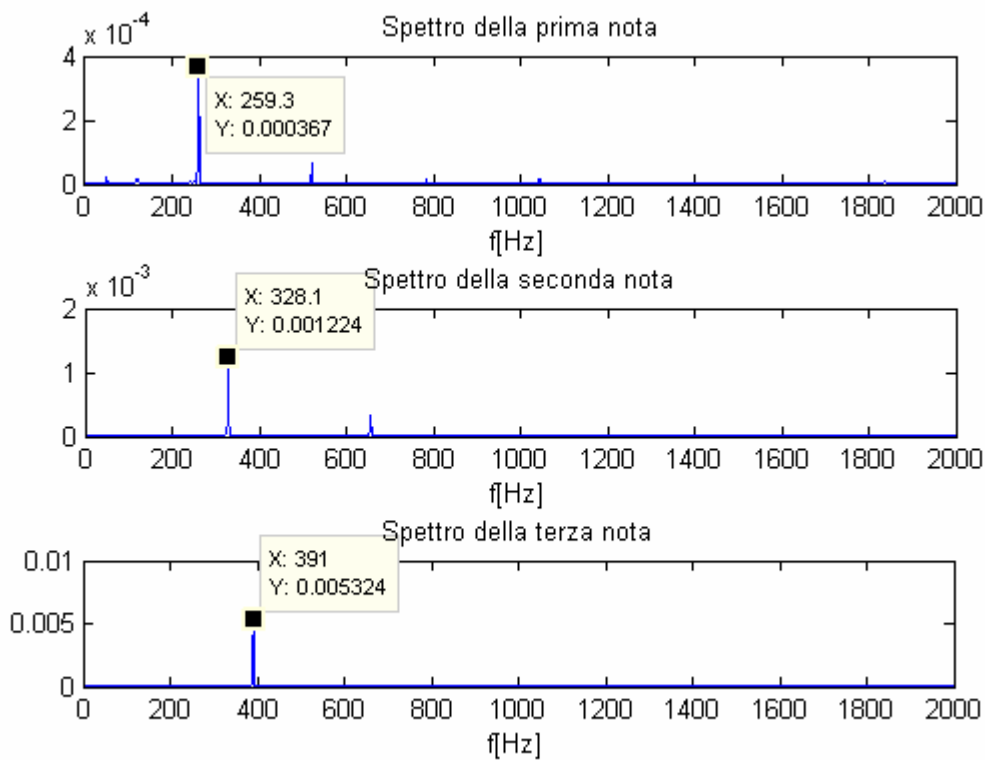


Figura 22: Spettri di potenza delle 3 note contenute nel file audio.

In figura 22 sono mostrati gli spettri di potenza delle 3 note contenute nel file audio. La prima nota è un DO, la seconda è un MI e la terza è un SOL. Le tre note formano l'accordo di DO+.

## Esercizio 4: Risposta di un filtro passa basso ideale ad un impulso

La funzione di trasferimento del filtro è stata implementata nel file *filtro.m*:

```
%Filtro passa basso ideale
function ris = filtro(f,ft)
    if abs(f) < ft
        ris = 1;
    else
        ris = 0;
    end
```

Lo script per il calcolo della risposta del filtro sia nel dominio del tempo che nel dominio della frequenza si trova nel file *esercizio4.m*. Nel riquadro seguente sono presenti solo le parti notevoli dello script:

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% PARAMETRI DEL FILTRO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
F = N/T;
ft = 1/tau;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALCOLO SPETTRO MEDIANTE FFT
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Xr=dt*fft(xr);
freq=[0:df:(N-1)*df];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```

% CALCOLO LA RIPETIZIONE DEL FILTRO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:N,
    H(i) = filtro(freq(i),ft);
    Hr(i) = filtro(freq(i),ft)+filtro(freq(i)-F,ft)+filtro(freq(i)-
(2*F),ft)+filtro(freq(i)+F,ft)+filtro(freq(i)+(2*F),ft);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALCOLO LO SPETTRO A VALLE DEL FILTRO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Yr = Hr.*Xr;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% PORZIONE DI SPETTRO da 0-fmax
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
npunti = min(round(fmax*T),N);
freq = freq(1:npunti);
Xrs = Xr(1:npunti);
Hrs = Hr(1:npunti);
Yrs = Yr(1:npunti);
figure;
subplot(311),plot(freq,abs(Xrs)),xlabel('freq. [Hz]'),ylabel(' |X(f)| ');
subplot(312),plot(freq,abs(Hrs)),xlabel('freq. [Hz]'),ylabel(' |H(f)| ');
subplot(313),plot(freq,abs(Yrs)),xlabel('freq. [Hz]'),ylabel(' |Y(f)| ');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% ANTITRASFORMO E GRAFICO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
y = (1/dt).*ifft(Yr);
t = [0:dt:dt*(N-1)];
figure;plot(t(1:1000),x(1:1000),'red',t(1:1000),y(1:1000),'blue');xlabel('t[s]');title('Confronto fra il segnale prima del filtro e dopo il filtro');

```

Nella figura seguente è possibile vedere, nel dominio delle frequenze, il segnale prima e dopo il filtro e la funzione di trasferimento del filtro.

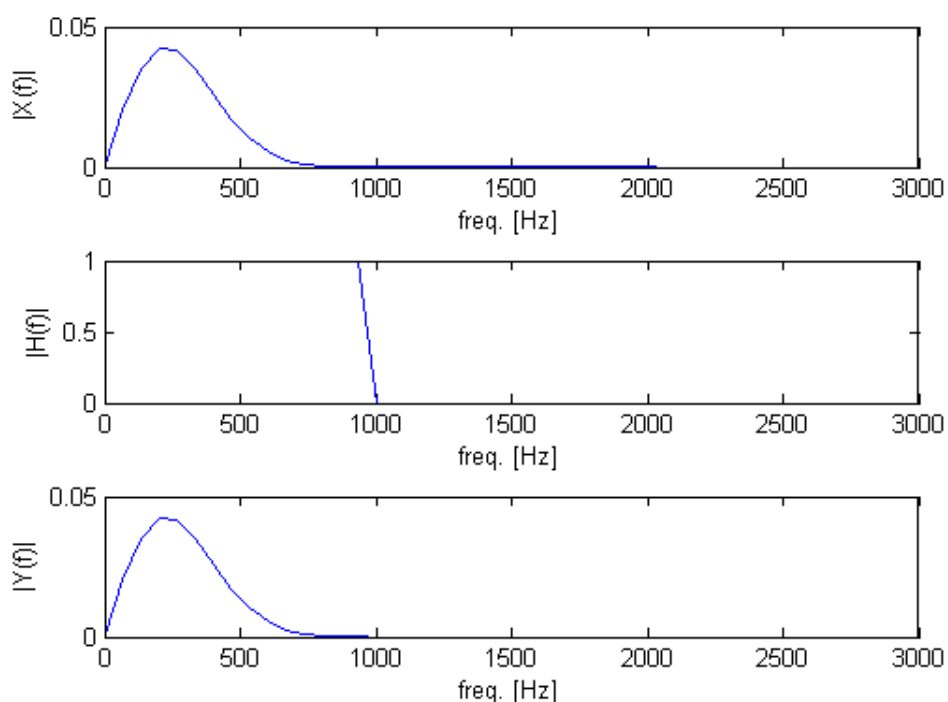
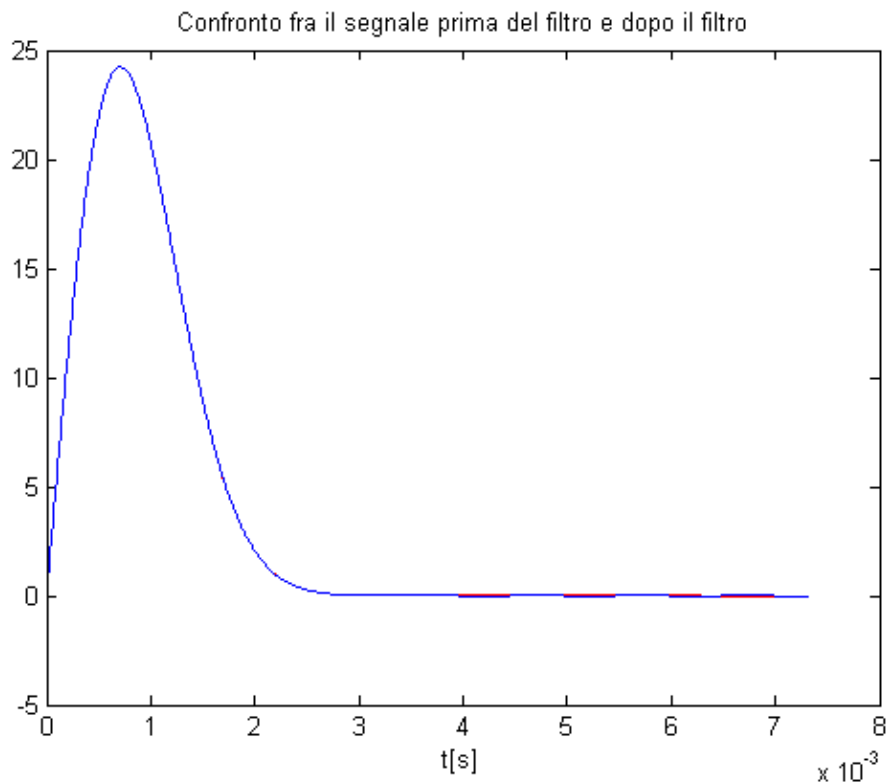


Figura 23

Nella figura seguente è possibile vedere il segnale nel dominio del tempo prima (in rosso) e dopo (in blu) essere stato filtrato.



*Figura 24*

Come è facile notare, il filtraggio passa basso (abbastanza blando  $f_t = 1/\tau$ ) ha portato solo delle piccolissime oscillazioni dopo il picco principale del monociclo. Per ottenere oscillazioni ben maggiori è necessario abbassare la frequenza di taglio del filtro ad esempio al valore di  $0.5/\tau$ .